

**ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ II 23.9.2010.**

1. Израчунати

$$a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{J+1}(\sqrt{x^3+2x^2+x+J+1} - \sqrt{x^3+x^2-(J+1)x})}{x^3+(D-1)x+D},$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \sqrt{1+(D+1)x^2} \right\}^{\frac{1}{\sin(J+1)x \ln(1+x)}}.$$

результат: а)  $\frac{J}{4+2D}$  б)  $e^{\frac{(D+1)}{2(J+1)}}$

2. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = (D+1)(x^2 + (J-1)x - 2J)e^x.$$

решење: нуле:  $\frac{1-J \pm \sqrt{J^2+6J+1}}{2}$  хор. асимп.  $y = 0$

први извод:  $f'(x) = (D+1)(x^2 + (J+1)x - J - 1)e^x$ ,

$y_{max}$  за  $x = \frac{-1-J-\sqrt{J^2+6J+5}}{2}$ ,  $y_{min}$  за  $x = \frac{-1-J+\sqrt{J^2+6J+5}}{2}$

други извод:  $f''(x) = (D+1)x(x+J+3)e^x$ , превојне тачке:  $x = -3 - J, x = 0$ .

3. Одредити површину ограничену графицима функција:

$$f(x) = x \ln\left(\frac{x}{J+1}\right), g(x) = (D+1)x.$$

упутство: Пресечне тачке графика функција  $f(x)$ ,  $g(x)$  су  $x_1 = 0, x_2 = (J+1)e^{D+1}$ .

Треба наћи

$$\int_{x_1}^{x_2} (g(x) - f(x)) dx = \frac{(J+1)^2}{4} e^{2(D+1)}.$$

4. Одредити екстремне вредности функције две променљиве:

$$z = (D+J+1)(x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y).$$

результат:  $z$  има минимум у  $(2, 1)$  а максимум у  $(-2, -1)$ .

5. Наћи опште решење диференцијалне једначине:

$$y' - \frac{y}{x} = \frac{(2D+3)x^2 + (3+J+D)x + 1}{x^2 + x + 1}.$$

результат:

$$x((D+1) \ln(x^2 + x + 1) + \frac{2J+2}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg}\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right) + \ln x + c)$$