ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ II 30.8.2010.

1. Израчунати

$$a) \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{\cos(J+1)x} - \sqrt[2D+2]{\cos(D+1)x}}{x^2},$$

$$b) \lim_{x\to 0} \left\{ \frac{\operatorname{tg}(D+1)x}{\ln((D+1)x+1)} \right\}^{\frac{1}{\sin(J+1)x}}.$$

резултат: a) $\frac{D+1}{4} - \frac{(J+1)^2}{6}$ b) $e^{\frac{(D+1)}{2(J+1)}}$

2. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = (J+1)\ln(-x^3 + (D+1)x)$$

решење: домен:$(-\infty, -\sqrt{D+1}) \cup (0, \sqrt{D+1})$ верт. асимп. $x = 0, x = \pm\sqrt{D+1}$
први извод: $f'(x) = (J+1)\frac{-3x^2+D+1}{(-x^3+(D+1)x)}$, y_{max} за $x = \sqrt{\frac{D+1}{3}}$
други извод: $f''(x) = -(J+1)\frac{3x^4+(D+1)^2}{x^2(x^2-D-1)^2)}$, нема превојних тачака: конвексна свуда

3. Решити интеграл

$$\int \frac{\cos^2 x + \cos x + J - D + 1}{(\cos x - D)(\cos^2 x + J + 1)} \sin x dx.$$

упутство: Први начин: увођењем смене $\operatorname{tg}\frac{x}{2} = t$. Други начин: увођењем смене $\cos x = t$ резултат: $-\ln(-\cos x + d) - \frac{1}{\sqrt{J+1}} \operatorname{arctg}\frac{\cos x}{\sqrt{J+1}} + c$.

4. Одредити екстремне вредности функције две промењљиве:

$$z = (x-D)^3 + 3(x-D)(y+J)^2 + 6(x-D)(y+J).$$

резултат: z има минимум у $(D+1, -J-1)$ а максимум у $(D-1, -J-1)$.

5. Наћи опште решење диференцијалне једначине:

$$y'' + (D+J)y' + DJy = ((1+D+J+DJ)x + 3 + 2D + 2J + DJ)e^x.$$

резултат: ако је D различито од J: $c_1e^{-Dx} + c_2e^{-Jx} + (x+1)e^x$
ако је D једнако J:$c_1e^{-Jx} + c_2xe^{-Jx} + (x+1)e^x$