

**PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II**

1. Izračunati

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 6x + 3}{x^2 - 9x + 2} \right)^x$       b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+2x} + \sqrt[3]{1-2x} - 2}{\sin^2 x}$

2. Ispitati i nacrtati grafik funkcije

$$f(x) = \frac{x}{1 + \ln x}$$

3. Izračunati

$$\int_0^{\ln 2} \frac{e^x + 1}{(e^x + 2)(e^x + 4)} dx$$

4. Naći ono rešenje diferencijalne jednačine

$$y'(x^2 + 1) + 2xy = 2x - 1$$

za koje je  $y(1) = 1$ .

5. Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine

$$y^{IV} + 3y'' - 4y = 10e^x.$$

**REZULTATI:**

1. a)  $e^3$       b)  $-\frac{3}{4}$

2. Fja je definisana za  $x > 0$  i  $x \neq \frac{1}{e}$ ; vertikalna asimptota:  $x = \frac{1}{e}$ ;  
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1/e-0} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1/e+0} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$ ;  $y_{\min} = 1$  za  $x = 1$ ; prevojna  
tačka:  $P(e, \frac{1}{2}e)$ .

3.  $\frac{1}{4} \ln 2 - \frac{5}{8} \ln 3 + \frac{3}{8} \ln 5$

4.  $y = \frac{x^2 - x + 2}{x^2 + 1}$

5.  $y = C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x + C_3 e^x + C_4 e^{-x} + x e^x$

**PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II**

1. Izračunati: a)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt[3]{\tan x} - 1}{2 \sin^2 x - 1}$       b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-4}{3x+2} \right)^{x-1}$

2. Ispitati i nacrtati grafik funkcije

$$f(x) = (x^2 - 5x + 4) e^{-2x}$$

3. Izračunati

$$\int \frac{1 + \cos x}{\sin x (1 - \cos x)} dx$$

4. Odrediti ekstremne vrednosti funkcije  $z = x^3 + xy^2 + 6xy$

5. Naći ono rešenje diferencijalne jednačine

$$y'' - 2y' + y = x^2 - 4x + 3$$

za koje je  $y(0) = \frac{3}{2}$ ,  $y'(0) = 0$ .

**REZULTATI:**

1. a)  $\frac{1}{3}$       b)  $e^{-2}$

2. Fja je definisana  $\forall x \in \mathcal{R}$ ; nule funkcije  $x = 1$  i  $x = 4$ ;

horizontalna asimptota  $y = 0$ ;

$$y' = (-2x^2 + 12x - 13) e^{-2x}, \quad y_{\min} \text{ za } x = \frac{6-\sqrt{10}}{2}; \quad y_{\max} \text{ za } x = \frac{6+\sqrt{10}}{2};$$

$$y'' = 2(2x^2 - 14x + 19) e^{-2x}, \quad \text{prevojne tačke za } x = \frac{7-\sqrt{11}}{2} \text{ i } x = \frac{7+\sqrt{11}}{2}.$$

3.  $I = -\frac{1}{2 \tan^2 \frac{x}{2}} + C$  ili  $I = -\frac{1}{1 - \cos x} + C$

4. Funkcija ima minimum u tački  $M_1(\sqrt{3}, -3)$  i maksimum u tački  $M_2(-\sqrt{3}, -3)$

5.  $y = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{2}xe^x + x^2 + 1$

**PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II**

1. Izračunati

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{27x^3 + 3x} - \sqrt{9x^2 - 7x})$ ;      b)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + 2 \sin x)^{\frac{2}{\lg x}}$ .

2. Ispitati i nacrtati grafik funkcije

$$f(x) = \frac{e^x}{1 - x^2}$$

3. Izračunati

$$\int_3^4 \frac{x^2}{(x^2 - 3x + 2)^2} dx$$

4. Odrediti ekstremne vrednosti funkcije  $z = x^3 - 3xy + y^3$

5. Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine

$$y'' + y' - 2y = -(6x + 4)e^{-2x}.$$

**REZULTATI:**

1. a)  $\frac{7}{6}$ ;      b)  $e^4$ .

2. Fja je definisana za  $x \neq \pm 1$ , nema nula; horizontalna asimptota:  $y = 0$ , vertikalne asimptote:  $x = 1$  i  $x = -1$ ;  $y_{\min}$  za  $x = 1 - \sqrt{2}$ ,  $y_{\max}$  za  $x = 1 + \sqrt{2}$ ; prevojnih tačaka nema.

3.  $\left(\frac{6-5x}{x^2-3x+2} + 4 \ln \left|\frac{x-1}{x-2}\right|\right)\Big|_3^4 = \frac{13}{6} + 4 \ln \frac{3}{4}$

4. Funkcija ima minimum u tački  $M(1, 1)$

5.  $y = C_1 e^x + (C_2 + 2x + x^2) e^{-2x}$