

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE I

1. Koristeći Moavrovu formulu izračunati:

$$\frac{z_1^8 + \bar{z}_1^8}{z_2^6 - \bar{z}_2^6}$$

gde je $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$, a $z_2 = 1 + i$.

2. Odrediti rang matrice $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

3. Rešiti pomoću determinanti, diskutovati i proveriti sistem linearnih jednačina (a je realan parametar)

$$\begin{aligned} -ax + 2y - 7z &= a \\ 3x + ay + 2az &= -4 \\ -2x + 7y + 3z &= 1 \end{aligned}$$

4. Dati su vektori $\vec{a} = \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{k}$ i $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$. Naći ugao koji obrazuju vektori $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ i $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$.

5. Na pravoj $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{-4}$ naći tačku koja je podjednako udaljena od tačaka $A(-3, 1, 0)$ i $B(-1, 1, 4)$.

REZULTATI:

1. 16

2. $r(A) = 2$

3. Za $a \neq 5, -3$, $x = -\frac{a+4}{a+3}$, $y = -\frac{2a+7}{11(a+3)}$, $z = \frac{a-2}{11(a+3)}$; za $a = 5$ sistem je neodređen sa jednim stepenom slobode; za $a = -3$ sistem nema rešenja.

4. $\cos\varphi = \frac{22}{\sqrt{702}} = 0,83033\dots$

5. $C\left(\frac{2}{5}, \frac{9}{10}, \frac{4}{5}\right)$